

Concurs de cunoștințe – secțiunea matematică
25.05.2015

Subiectul I (30 puncte)

- 6p 1. Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^2 - mx + m - 1 = 0$ are două rădăcini reale și egale este:
A. 0 B. 1 C. 2 D. -2
- 6p 2. Valorie reale ale lui x pentru care $(2x+1)^2 \leq 9$ sunt:
A. $(-1,3]$ B. $[-2,1]$ C. $(-2,0]$ D. $[-1,2)$
- 6p 3. Rezultatul calculului $\log_4 16 + \log_3 9 - \sqrt[3]{27}$ este
A. 0 B. 2 C. 1 D. -1
- 6p 4. În reperul cartezian XOY se consideră punctele A(2,-1), B(-2,1), C(1,3) și D(a,4), $a \in \mathbb{R}$. Valoarea lui a pentru care AB și CD sunt paralele este:
A. -1 B. 2 C. 0 D. 1/3
- 6p 5. După două ieftiniri consecutive, prima cu 10% iar cea de a doua cu 20%, prețul unei perechi de pantaloni este de 180 lei. Prețul inițial, înainte de cele două ieftiniri, a fost de:
A. 225 B. 250 C. 240 D. 300

Subiectul II(30 puncte) – este necesară rezolvarea completă

Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2$ și se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.

- 10p 1. Să se arate că $(1, +\infty)$ este parte stabilă în raport cu "o";
- 10p 2. Să se demonstreze că $f(xy) = f(x) \circ f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$;
- 10p 3. Știind că legea "o" este asociativă, să se rezolve în \mathbb{R} ecuația
 $x \circ x \circ x \circ x \circ x \circ x \circ x \circ x \circ x \circ x = 1025$.

Subiectul III(30 puncte) – este necesară rezolvarea completă

Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ae^x + bx^3 + c$, $F(x) = e^x + x^3 + 2x - 1$.

- 5p 1. Să se determine funcția f știind că $f(0) = 3$, $f'(0) = 1$ și $f''(0) = 7$;
- 5p 2. Să se demonstreze că F este o primitivă a lui f determinat mai sus;
- 10p 3. Pentru f determinat mai sus să se calculeze $\int_0^1 f(x)F(x)dx$;
- 10p 4. Să se demonstreze că $\int_0^1 (xf(x) + F(x))dx = F(1)$

Se acordă 10 puncte din oficiu

Timp de lucru: 90 minute